

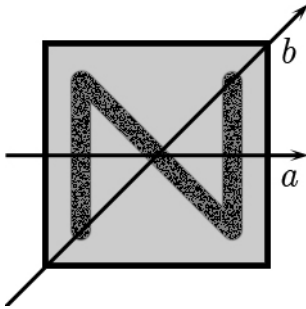


مرحله اول پانزدهمین المپیاد مقدماتی ریاضی کشور

ویژه دانش آموزان اول دبیرستان

(۱) چند تا از اعداد $۳\sqrt{۱۱}$ ، $۴\sqrt{۷}$ ، $۵\sqrt{۵}$ ، $۶\sqrt{۳}$ و $۷\sqrt{۲}$ از ۱۰ بزرگ تر است؟

- الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) ۴ ه) ۵

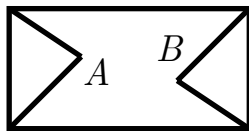


(۲) کارت مربعی مقابل را اول به اندازه ۱۸۰ درجه حول محور a و سپس ۱۸۰ درجه حول محور b می چرخانیم. کدام وضعیت به دست می آید؟



(۳) کدام عدد در غربال اراتستن برای مشخص کردن اعداد اول کوچک تر از ۵۰۰۰ دیرتر حذف می شود؟

- الف) ۳۲۵۶ ب) ۴۱۴۱ ج) ۳۵۵۳ د) ۳۸۰۱ ه) ۴۱۴۵



(۴) در شکل مقابل، به شرطی که مجاز نباشیم از یک نقطه بیش از یک بار عبور کنیم، چند راه برای رسیدن از A به B وجود دارد؟

- الف) ۶ ب) ۷ ج) ۸ د) ۱۰ ه) ۱۲

(۵) A, B, C, D مجموعه‌هایی هستند که در روابط روبه‌رو صدق می‌کنند. کدام گزینه لزوماً درست است؟

$$\begin{cases} A \cup C = B \cup C \\ A \cap C = (B \cap C) \cup D \end{cases}$$

- الف) $D = \emptyset$ ب) $C = D$ ج) $A \subseteq B$ د) $A = B \cup D$ ه) $D = A \cap B$

(۶) دو دوند با سرعت‌های ۵ و ۷ متر بر ثانیه دور پیست دایره‌ای به محیط ۱۰۰ متر شروع به دویدن می‌کنند. این دو تا دقیقه یازدهم، به جز لحظه اول، چند بار از کنار هم رد می‌شوند؟

- الف) ۱۲ ب) ۱۳ ج) ۱۴ د) ۱۵ ه) ۱۶

(۷) حاصل ضرب سن بچه‌های کوکب خانم ۱۶۶۴ است. سن بزرگ‌ترین بچه دو برابر سن کوچک‌ترین بچه است. کوکب خانم چند فرزند دارد؟ (سن بچه‌ها عددی صحیح است.)

- الف) ۲ ب) ۳ ج) ۴ د) ۵ ه) ۶

(۸) چند خط در صفحه وجود دارد که یک مستطیل ۵×۲ داده شده را به دو مستطیل متشابه تقسیم کند؟

- الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) ۴ ه) ۵



مرحله اول پانزدهمین المپیاد مقدماتی ریاضی کشور

ویژه دانش آموزان اول دبیرستان

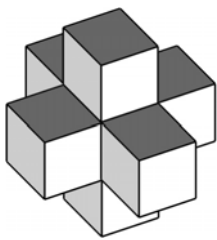
$$\begin{array}{r} BAA \\ +BA \\ \hline CDAD \end{array}$$

۹) A, B, C, D چهار رقم متمایز از بین $\{0, 1, \dots, 9\}$ هستند و می‌دانیم که جمع روبه‌رو درست است. $A + B + C + D$ کدام است؟

الف) ۷ ب) ۱۵ ج) ۱۹ د) ۲۲ ه) ۲۸

۱۰) مجموع مساحت و محیط مستطیلی ۱۴۰ شده است. مساحت آن حداکثر چه قدر است؟

الف) ۱۰۰ ب) ۷۰ ج) ۸۰ د) ۶۰ ه) هیچ کدام



۱۱) هفت تاس را به شکل مقابل به هم چسبانده‌ایم، به نحوی که دو وجه به هم چسبیده شده هم‌عدد هستند. جمع اعداد وجوهی که از بیرون قابل مشاهده هستند چند است؟ (تاس مکعبی است که روی وجوهش اعداد یک تا شش نوشته شده است.)

الف) ۹۵ ب) ۱۰۲ ج) ۱۰۵ د) ۱۱۲ ه) ۱۲۶

۱۲) چند عدد چهار رقمی \overline{abab} کم‌تر از ۴۰۰۰ وجود دارد که دقیقاً چهار مقسوم‌علیه داشته باشد؟

الف) ۴ ب) ۵ ج) ۶ د) ۷ ه) ۸

۱۳) فرض کنید در مستطیل $ABCD$ ، نقاط M و N پای عمودهای وارد از A و C بر قطر BD اند. اگر اضلاع

مستطیل برابر با ۱ و ۳ باشد مساحت چهارضلعی $AMCN$ چند است؟

الف) $\frac{8}{5}$ ب) $\frac{6}{\sqrt{10}}$ ج) ۲ د) $\frac{8}{\sqrt{10}}$ ه) $\frac{12}{5}$

۱۴) در اتاقی 5×5 حداکثر چند کاشی 1×3 می‌توان قرار داد؟

الف) ۵ ب) ۶ ج) ۷ د) ۸ ه) ۹

۱۵) توپ فوتبال از قطعات چرمی سیاه و سفید ساخته شده است. قطعات سیاه پنج‌ضلعی منتظم و قطعات سفید شش‌ضلعی منتظم‌اند. هر پنج‌ضلعی با پنج شش‌ضلعی و هر شش‌ضلعی با سه پنج‌ضلعی و سه شش‌ضلعی احاطه شده است. دوازده قطعه سیاه در توپ به کار رفته است. توپ چند قطعه سفید دارد؟

الف) ۳۰ ب) ۲۸ ج) ۲۰ د) ۱۵ ه) ۱۰

۱۶) به چند طریق می‌توان هفت تا از اعداد ۱ تا ۹ را انتخاب کرد که جمع آن‌ها بر ۳ بخش‌پذیر باشد؟

الف) کم‌تر از ۱۰ ب) ۱۰ ج) ۱۱ د) ۱۲ ه) بیش از ۱۲

۱۷) 3^{40} در مبنای ده چند رقمی است؟

الف) ۱۷ ب) ۱۸ ج) ۱۹ د) ۲۰ ه) ۲۱

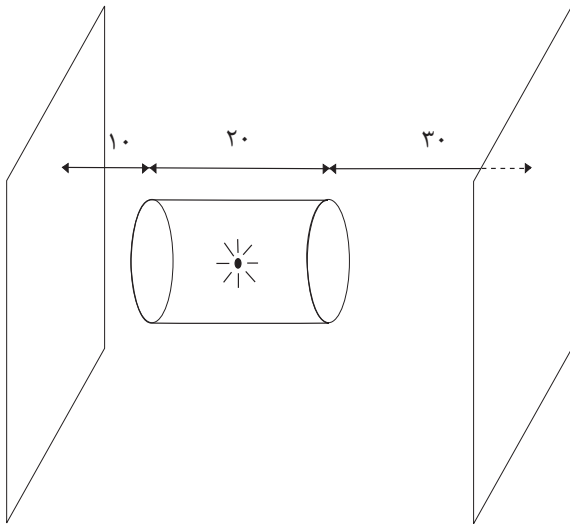


مرحله اول پانزدهمین المپیاد مقدماتی ریاضی کشور

ویژه دانش آموزان اول دبیرستان

۱۸) فاصله نقطه‌ای روی دایره محاطی یک مربع از دو ضلع نزدیک‌تر مربع برابر ۱ و ۲ است. طول ضلع مربع چند است؟ (دایره‌ای محاطی دایره‌ای است که از داخل بر اضلاع مربع مماس است.)

- الف) ۵ ب) ۶ ج) ۸ د) ۱۰ ه) ۱۱



۱۹) در وسط لوله‌ای استوانه‌ای شکل به طول ۲۰ سانتیمتر لامپی روشن است. در دو طرف لوله دو پرده به فاصله‌های ۳۰ و ۱۰ سانتیمتر قرار گرفته‌اند. نسبت مساحت ناحیه‌های روشن روی دو پرده برابر است با:

- الف) ۳ ب) ۴ ج) ۶ د) ۸ ه) ۹

۲۰) به چند راه می‌توان ۱۱ خانه جدولی 2×12 را سیاه کرد که دو خانه سیاه ضلع مشترک نداشته باشند؟

- الف) ۴۲ ب) ۴۴ ج) ۴۶ د) ۴۸ ه) ۵۰

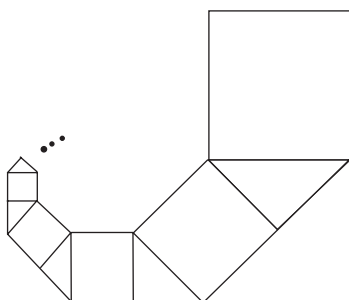
۲۱) حجم مجموعه (x, y, z) هایی در فضای سه‌بعدی که در شرایط زیر صدق کنند چه قدر است؟

$$0 \leq x, y \leq 2 \text{ و } 0 \leq z \leq 3 \text{ و } x + y + z \leq 4$$

- الف) $\frac{8}{3}$ ب) $\frac{47}{6}$ ج) $\frac{5}{3}$ د) $\frac{16}{3}$ ه) ۴

۲۲) به چند شکل می‌توان در جدولی 3×3 ، سه مهره سفید و سه مهره سیاه طوری قرار داد که در هر سطر و در هر ستون یک مهره سفید و یک مهره سیاه وجود داشته باشد؟

- الف) ۶ ب) ۱۲ ج) ۱۸ د) ۲۴ ه) ۳۶



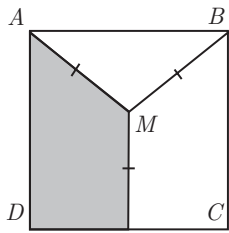
۲۳) در شکل مقابل چهارضلعی‌ها، مربع و مثلث‌ها، قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین هستند. اگر مساحت هشتمین مربع یک باشد طول ضلع مربع اول چه قدر است؟

- الف) ۳۲ ب) ۱۶ ج) $8\sqrt{2}$ د) $4\sqrt{2}$ ه) ۴



مرحله اول پانزدهمین المپیاد مقدماتی ریاضی کشور

ویژه دانش آموزان اول دبیرستان



۲۴) در شکل روبرو ضلع مربع ۱ است و نقطه M از رأس A ، رأس B و ضلع DC به یک فاصله است. مساحت چهارضلعی مشخص شده چند است؟

- الف) $\frac{1}{3}$ ب) $\frac{2}{5}$ ج) $\frac{13}{30}$ د) $\frac{13}{32}$ ه) $\frac{7}{15}$

۲۵) در یک امتحان تستی ۳۰ سؤالی، هر پاسخ صحیح چهار نمره و هر پاسخ غلط یک نمره منفی دارد. اگر نمره یکی از شرکت کنندگان ۸۹ باشد او چند سؤال را بدون پاسخ رها کرده است؟

- الف) ۳ ب) ۴ ج) ۵ د) ۶ ه) ۷

۲۶) فرض کنید $x, y, z \in [-1, 1]$ و $x + y + z = 0$. بیشترین مقدار ممکن xyz چند است؟

- الف) $\frac{1}{27}$ ب) $\frac{1}{8}$ ج) $\frac{1}{4}$ د) $\frac{1}{2}$ ه) ۱

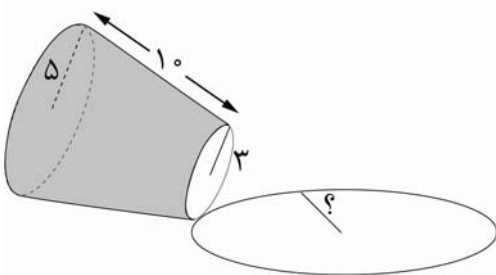
۲۷) از بین پاره‌خط‌های بین نقاط زیر چه تعدادی محور x ها را قطع می‌کنند؟

$(-15, 6)$ $(103, 8)$ $(12, -7)$ $(25, -5)$ $(3, 30)$ $(-4, -3)$ $(-9, 1)$ $(5, 25)$ $(19, -36)$ $(14, 19)$

- الف) ۴ ب) ۶ ج) ۱۶ د) ۲۱ ه) ۲۴

۲۸) به چند شکل می‌توان وجوه یک مکعب را با دو رنگ قرمز و آبی رنگ کرد به طوری که از هر دو رنگ استفاده شود؟ دو رنگ آمیزی را که با دوران مکعب به هم تبدیل می‌شوند یکی فرض کنید.

- الف) ۸ ب) ۱۰ ج) ۱۲ د) ۱۶ ه) ۳۲



۲۹) مخروط ناقصی به شکل روبرو روی زمین می‌غلطد و به جای اولیه‌اش بازمی‌گردد. اگر شعاع قاعده‌های مخروط، ۳ و ۵ و طول یال آن ۱۰ باشد، شعاع دایره‌ای که قاعده کوچک‌تر مخروط طی می‌کند چه قدر است؟

- الف) ۳ ب) ۵ ج) ۱۰ د) ۱۵ ه) ۲۰

۳۰) مثلثی با اضلاع ۳، ۴ و ۵ مفروض است. کمترین مقدار ممکن برای مجموع فاصله‌های یک نقطه درون آن مثلث با اضلاع آن برابر است با:

- الف) $\frac{7}{2}$ ب) $\frac{12}{5}$ ج) $\frac{6}{5}$ د) $\frac{10}{3}$ ه) ۳